


Qq rappels algèbre linéaire

①

* T est symétrique si $T = T^t$

(6 composantes indépendantes)

T est antisym si $T = -T^t$

(3 composantes indépendantes) $\Rightarrow$ correspondance avec un vecteur axial

$$T = \underbrace{(T + T^t)}_2 + \underbrace{(T - T^t)}_2 \quad \left| \begin{array}{l} \text{on dual} \\ T_a = \epsilon_{ab} x_b \\ \forall a \in V \end{array} \right.$$

* Vecteur propre / valeur propre

(2)

Soit T un endom

si il existe $\underline{a}$ tel que

$$T \underline{a} = \lambda \underline{a} \quad \text{avec } \|\underline{a}\| = 1$$

$\underline{a} \equiv$ vecteur propre de T

$\lambda \equiv$ valeur propre correspondante

* Théorème spectral

③

Les tenseurs symétriques sont spéciaux !

Soit T sym réel

- i) les valeurs propres de T sont réelles
(valeurs principales)
- ii) Il existe toujours au moins 3 vecteurs propres
(directions principales)
- iii) Ces directions principales sont mutuellement
perpendiculaires

Que vaut T ds la base des vecteurs propres

si valeurs propres sont $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$

si vecteurs propres $\underline{m}_1, \underline{m}_2, \underline{m}_3$

$$[T]_{\{\underline{m}_1, \underline{m}_2, \underline{m}_3\}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

* Principaux invariants d'un tenseur

(5)

$$I_1 = \text{tr } T$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (|\text{tr } T|^2 - \text{tr } (T^2))$$

$$I_3 = \det(T)$$

Equation
caractéristique

$$\lambda^3 - I_1 \lambda^2 + I_2 \lambda - I_3 = 0$$

$I_1, I_2, I_3 \equiv$ principaux invariants de T

En terme des λ_i (valeurs propres) $I_3 = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$

$$I_1 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$$

$$I_2 = \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_3 + \lambda_2 \lambda_3$$